

第 2 章 因數分解與分數運算

2-1 ➡ 質因數分解

實力養成 重點 1 因數與倍數

1. 當正整數 a 除以正整數 b 的結果為正整數 (即 a 可以被 b 整除) 時, 我們就說 a 是 b 的倍數, b 是 a 的因數。
2. 1 是任何一個正整數的因數, 0 是任意一個正整數的倍數。

題型 1 利用乘法判斷因數

將 4896 的因數由大到小排列, 則第二大的因數是_____。

題型 2 因數的應用

小娟想用 60 塊邊長為 1 的正方形紙板緊密的拼成面積為 60 的長方形, 則此長方形的周長最小為_____。

強化練習

1. 將 2840 的因數由大到小排列, 則第二大的因數是_____。
2. 小閔想把 98 個玩具小飛象分成若干堆, 且每堆的個數須相同, 則小閔共有_____種分法。

▲ 倍數判別法：

- (1) 2 的倍數判別法：個位數字是 0、2、4、6、8。
- (2) 5 的倍數判別法：個位數字是 0 或 5。
- (3) 4 的倍數判別法：末兩位數是 4 的倍數或皆為 0。
- (4) 9 的倍數判別法：各位數字和是 9 的倍數。
- (5) 3 的倍數判別法：各位數字和是 3 的倍數。
- (6) 11 的倍數判別法：奇位數字和與偶位數字和的差是 11 的倍數或是 0。

題型 1

判斷 2 與 3 的倍數

若五位數 1357□ 是 2 的倍數，也是 3 的倍數，則□所代表的數字為_____。

題型 2

判斷 3 與 11 的倍數

有一個 42 位數，每一個位數的值都是 1，試問：

- (1) 它是 3 的倍數嗎？試說明原因。

答：_____。

理由：_____。

- (2) 它是 11 的倍數嗎？試說明原因。

答：_____。

理由：_____。

強化練習

1. 有一個五位數 3610□，

- (1) 若它是 2 的倍數，則□=_____。
- (2) 若它是 5 的倍數，則□=_____。
- (3) 若它是 4 的倍數，則□=_____。
- (4) 若它是 9 的倍數，則□=_____。
- (5) 若它是 3 的倍數，則□=_____。
- (6) 若它是 11 的倍數，則□=_____。

2. 有一個 32 位數，每一個位數的值都是 1，試問：

- (1) 它是 3 的倍數嗎？試說明原因。

答：_____。理由：_____。

- (2) 它是 5 的倍數嗎？試說明原因。

答：_____。理由：_____。

3. 如果四位數 262□ 是 2 的倍數，也是 3 的倍數，則□所代表的數字為_____。

1. 一個大於 1 的整數，除了 1 和本身之外，沒有其他因數，這樣的整數稱為**質數**。
2. 一個大於 1 的整數，除了 1 和本身之外，還有其他因數，這樣的整數稱為**合數**。

題型 1 質數的個數

若“ $a \oplus b$ ”代表在 a 和 b 之間質數的個數 ($a < b$)，例如：5 和 15 之間有質數 7、11、13 三個，即 $5 \oplus 15 = 3$ 。若 $15 \oplus x = 5$ ，則可能的整數值 x 共有_____個。

題型 3 判別質數與合數

下列敘述何者正確？

- (A) 不是所有的偶數皆為合數
- (B) 合數與合數相加的直必為合數
- (C) 正整數不是質數就是合數
- (D) 最小的質數是 1

答：_____。

題型 2 質數的和與積

已知兩質數的和為 81，則此兩質數的積為_____。

題型 4 質數的應用

若甲、乙為質數，且甲+乙也為質數。

試問：

- (1) 若甲 $>$ 乙，則乙 = _____。
- (2) 承(1)，若甲+乙為二位數，且甲的最大值為 a ，最小值為 b ，則 $a+b$ = _____。

強化練習

1. 設“ $a \star b$ ”代表大於 a 、小於 b 的所有質數個數。例如：大於 10 且小於 15 的質數有 11、13 兩個質數，所以 $10 \star 15 = 2$ 。若 $40 \star c = 3$ ，則 c 可能有_____個。
2. 已知兩質數的和為 63，則此兩質數的積為_____。
3. 下列敘述何者正確？
 - (A) 兩個質數乘積必為質數
 - (B) 質數都是奇數
 - (C) 合數都是偶數
 - (D) 最小的合數是 4答：_____。
4. 將 16 分為兩個質數相加，則這兩個質數分別為_____。

實力養成 重點 4 標準分解式

1. 將一個大於 1 的整數分解成質數的乘積，這種分解過程稱為**質因數分解**。
2. 把一個大於 1 的整數做質因數分解後，將比較小的質數寫在前面，比較大的質數寫在後面，並將相同的質數乘積寫成乘方的型式，這樣的表示方法稱為該整數的**標準分解式**。

題型 1 質因數分解的應用 I

已知有 6 個數 4、10、14、55、77、121。若要將它們分成兩組，每三個數為一組，且每組的乘積相同，則_____、_____與 77 會在同一組。

題型 3 短除法與標準分解式

小榮利用短除法將正整數 a 做質因數分解，計算過程如右。則 a 的標準分解式為_____。

$$\begin{array}{r|l} 2 & a \\ 2 & b \\ 3 & c \\ 5 & d \\ & 7 \end{array}$$

題型 2 質因數分解的應用 II

設 $P = 21 \times 22 \times 23 \times 24 \times 25 \times 26$ ，則 P 有_____個相異質因數。

題型 4 利用標準分解式比較兩數大小

已知兩數 $2^7 \times 3^4 \times 5^5$ 、 $2^6 \times 3^4 \times 5^6$ ，則 $2^7 \times 3^4 \times 5^5$ _____ $2^6 \times 3^4 \times 5^6$ 。(填 $>$ 、 $<$ 或 $=$)

強化練習

1. 將 33、55、119、85、91、□ 六個整數分成兩組，每一組三個數的乘積相同，則 □ = _____。
2. 若 168 的正因數有 a 個，質因數有 b 個，則 $a + b =$ _____。
3. 請寫出 8316 的標準分解式為_____。
4. 試比較 $2^9 \times 3^3$ 與 $2^{10} \times 3^3$ 的大小。答：_____。

一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

() 1. 143 是下列哪一個數的倍數？

- (A) 5
(B) 7
(C) 11
(D) 49

() 2. 下列哪一個數不是 120 的因數？

- (A) 4
(B) 5
(C) 11
(D) 12

() 3. 5 不是 下列哪一個數的因數？

- (A) 9
(B) 10
(C) 20
(D) 30

() 4. 30 可分解成 $a \times b$ ，其中 a 、 b 均為正整數，則下列哪一個不可能是 $a+b$ 的值？

- (A) 11
(B) 13
(C) 17
(D) 24

() 5. 276 的所有質因數之和是多少？

- (A) 25
(B) 26
(C) 27
(D) 28

二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 7^4 是下列哪些數的因數？

- (A) 49 (B) 1 (C) 7^4 (D) 7^3 (E) 7^5 (F) 7^6

答：_____。

2. 10^5 是下列哪些數的倍數？

- (A) 1 (B) 10^1 (C) 10^4 (D) 10^5 (E) 10^6 (F) 10^{10}

答：_____。

3. 有一個五位數 $2\square570$ ，

- (1) 若它是 2 的倍數，則 $\square$ 可以是_____。
- (2) 若它是 5 的倍數，則 $\square$ 可以是_____。
- (3) 若它是 9 的倍數，則 $\square$ 可以是_____。
- (4) 若它是 3 的倍數，則 $\square$ 可以是_____。
- (5) 若它是 11 的倍數，則 $\square$ 可以是_____。

4. 有一個四位數 $915\square$ ，

- (1) 若它是 4 的倍數，則 $\square$ 可以是_____。
- (2) 若它是 5 的倍數，則 $\square$ 可以是_____。
- (3) 若它是 3 的倍數，則 $\square$ 可以是_____。
- (4) 若它是 11 的倍數，則 $\square$ 可以是_____。

5. 請列出 1 到 30 之間的質數。

答：_____。

6. 若 13475 是 $5 \times 7 \times 11$ 的 35 倍，則 13475 的標準分解式為_____。

三、計算題：每題 5 分，共 10 分

1. 已知 504 的標準分解式是 $2^a \times 3^b \times 7^c$ ，則 $a+b+c=?$

解：

2. 習作上有一個數學題目為「寫出 42 的所有因數」，大寶寫出 42 的所有因數如下：

1、2、6、14、42

小珮發現他漏寫了一些，試問是哪幾個數？

解：

2-2 ➡ 公因數與公倍數

實力養成 重點 1 最大公因數

1. 當兩個正整數的最大公因數為 1 時，則稱這兩個整數互質。
2. 利用標準分解式求最大公因數：先將每個整數寫成標準分解式，再從它們每一組共同質因數的乘方中取出「次方最低者」相乘，即可得到它們的最大公因數。

題型 1 求最大公因數

求下列各數的最大公因數：

- (1) $(8, 12, 18) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) $(121, 44, 55) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 2 利用最大公因數解應用問題

已知一長方體的長、寬、高分別為 144 公分、108 公分、90 公分。若將這塊長方體分割成大小相同的正方體，則：

- (1) 最少可以分割成 塊正方體。
- (2) 承 (1)，正方體的邊長是 公分。

強化練習

1. 求下列各數的最大公因數：
(1) $(42, 60, 90) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $(81, 72, 123) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 已知有一個三角形公園在三個頂點各設一盞路燈，它們的距離分別為 300 公尺、540 公尺、780 公尺。現在想在三盞路燈之間，以相等的距離豎立最少的旗桿，則：
(1) 相鄰兩旗桿之間的距離是 公尺。

(2) 780 公尺的邊上共有旗桿 根。

(3) 公園裡共有 根旗桿。

實力養成 重點 2 最小公倍數

▲利用標準分解式求最小公倍數：先將每個正整數寫成標準分解式，再從每一個質因數的乘方中取「次方最高者」相乘，即可得到它們的最小公倍數。

題型 1 求最小公倍數

求下列各數的最小公倍數：

(1) $[9, 5, 20] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $[60, 80, 100] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 3 利用最小公倍數解應用問題 II

某跨海大橋，橋長 1360 公尺，橋的兩側每隔 20 公尺裝燈一盞，且兩端都要裝。今為增強照明，改為每隔 16 公尺裝燈一盞，則施工時有 盞燈可以不必移動。

題型 2 利用最小公倍數解應用問題 I

有一種電子鐘，每到整點（例如：1 點、2 點、3 點、……）響一次鈴，每走 9 分鐘亮一次燈。若中午 12 點整，它既響鈴又亮燈，則下次既響鈴又亮燈會在下午 點。

題型 4 最大公因數與最小公倍數的應用問題

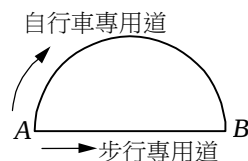
設兩正整數之最大公因數為 12，最小公倍數為 360。若其中一數為 60，則另一數為 。

強化練習

1. 求下列各數的最小公倍數：

(1) $[26, 52, 78] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $[75, 80, 90] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 右圖為半圓形的公園，弟弟騎自行車沿自行車專用道往返 A、B 兩地，每 12 分鐘可從 A 地到達 B 地；姊姊沿人行步道往返 A、B 兩地，每 18 分鐘可從 A 地到達 B 地。若兩人同時從 A 地出發， 分鐘後兩人會在 A 地再次相遇。



3. 已知王田交流道到中港交流道相距 5 公里，今在王田交流道的起始點先設立一盞路燈，之後每隔 500 公尺設立一個告示牌，每隔 300 公尺設立一盞路燈。如果告示牌和路燈一起出現時僅能設置路燈，則全程共設立了 個告示牌。

4. 若 $[a, b] = 40$ ， $(a, b) = 5$ ，且 $b = 5$ ，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 若將三個分數 $\frac{1}{12}$ 、 $\frac{1}{30}$ 、 $\frac{1}{45}$ 分別乘以同一正整數 n 之後，均變成整數，則 n 的最小值為 。

一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

- () 1. 若甲數的所有因數為 1、3、9、11、33、99，則甲數和 132 的公因數共有多少個？
(A) 2
(B) 3
(C) 4
(D) 5
- () 2. 下列哪一個數與 1764 互質？
(A) 24
(B) 35
(C) 55
(D) 84
- () 3. 欲將三條長 75cm、90cm、120cm 的繩子剪成等長的線段，且每段長均為整數，則最少共可剪成多少段線段？
(A) 19
(B) 20
(C) 21
(D) 22
- () 4. 已知甲數是 20、25、30 的公倍數，且甲數是三位數，則可能的甲數共有多少個？
(A) 3
(B) 4
(C) 5
(D) 6
- () 5. 63、210、147 的所有公因數之和是多少？
(A) 31
(B) 32
(C) 33
(D) 34

二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. (1) $(27, 19) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $[35, 5] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $(49, 343) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $[18, 21] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. (1) $(108, 72, 90) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $(121, 44, 55) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $[25, 30, 6] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (4) $(16, 9, 18) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(5) $[26, 52, 78] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (6) $[75, 80, 90] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 設 $m = 4 \times 81 \times 125$ ， $n = 38 \times 49 \times 54$ ，則 $[m, n] = \underline{\hspace{4cm}}$ 。(用標準分解式表示)

 素養題

4. 有一圓形小公園，周長為 1200 公尺，每隔 30 公尺裝一盞燈。現在為了加強燈光強度，改成每隔 20 公尺裝一盞燈，則施工時，有 盞燈可以不用移動。
5. 小明 工作三天，休假一天；小毛 工作四天，休假一天。若今天兩人同時休假，則下一次兩人要同時休假須在 天後。

三、計算題：每題 5 分，共 10 分

 素養題

1. 一年甲班分組討論數學報告，已知男生人數有 36 人，女生人數有 24 人。若各組間的男生與女生的人數相同，且分成最多組，則每組男、女生各有多少人？

解：

2. 大明 每 14 天整理房間一次，小明 每 12 天整理房間一次。若在某個星期日，他們兩人同時整理房間，則下一次星期日他們兩人又同時整理房間是在多少天後？

解：

2-3 ➡ 分數的四則運算

實力養成 重點 1 比較分數大小

- 比較分數的大小：
 - 分母相同時，只要比較分子的大小。
 - 分母不同時，先將分母化為相同的正整數，再比較分子的大小。
- 負分數的絕對值愈大，其值愈小。

題型 1 將數化為最簡分數

把下列各數化為最簡分數：

(1) $-\frac{24}{36} =$ _____。

(2) $\frac{18}{16} =$ _____。

(3) $-3.76 =$ _____。

題型 3 比較分數的大小 I

比較下列各組數的大小：

(1) $1, \frac{49}{50}, \frac{51}{50}, \frac{50}{49}$

答：_____。

(2) $-1, -\frac{51}{50}, -\frac{49}{50}, -\frac{50}{49}$

答：_____。

題型 2 最簡分數的應用

若 $\frac{75}{96}$ 的分母加上 a 之後，可約分化簡成 $\frac{3}{5}$ ，則 $a =$ _____。

題型 4 比較分數的大小 II

比較下列各組數的大小：

(1) $\frac{19}{20}, \frac{20}{21}, \frac{21}{22}$

答：_____。

(2) $-\frac{100}{99}, -\frac{101}{100}, -\frac{102}{101}$

答：_____。

題型 5 比較分數的絕對值大小

比較 $-\frac{3}{2}$ 、 $-\frac{5}{4}$ 、 $\frac{7}{6}$ 、 $\frac{8}{7}$ 的絕對值大小。

答：_____。

題型 6 判斷兩分數之間的分數

下列哪些數介於 $\frac{1}{5}$ 與 $\frac{1}{2}$ 之間？

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{3}{8}$ (C) $\frac{7}{10}$ (D) $\frac{7}{20}$

答：_____。

強化練習

1. 把下列各數化為最簡分數：

(1) $-\frac{54}{81} =$ _____。

(2) $\frac{13}{91} =$ _____。

(3) $0.63 =$ _____。

(4) $-1.8 =$ _____。

2. 將分數 $\frac{3}{52}$ 的分子加上 _____ 之後，可約分化簡成 $\frac{3}{4}$ 。

3. 比較 $\frac{7}{10}$ 、 $\frac{7+1}{10+1}$ 、 $\frac{7-1}{10-1}$ 的大小。

答：_____ > _____ > _____。

4. 比較 $-\frac{13}{12}$ 、 $-\frac{14}{13}$ 、 $-\frac{15}{14}$ 的大小。

答：_____ > _____ > _____。

5. 比較 $\frac{12}{13}$ 、 $\frac{20}{21}$ 、 $-\frac{18}{19}$ 、 $-\frac{15}{16}$ 的絕對值大小。

答：_____ > _____ > _____ > _____。

6. 下列哪一個數介於 $\frac{1}{7}$ 與 $\frac{1}{4}$ 之間？

(A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{9}{14}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{5}{28}$

答：_____。

實力養成 重點 2 分數的加減法

- (1) 同分母時，只要將分子相加減，分母保持不變。
(2) 不同分母時，先將分母通分，再將分子相加減。
- 對於任意三個數 a 、 b 、 c ，
(1) 交換律： $a+b=b+a$ 。
(2) 結合律： $a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)$ 。

題型 1 分數的加減法 I

計算下列各式：

$$(1) \left(-\frac{11}{15}\right) + \frac{4}{15} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) \frac{3}{14} - \left(-\frac{1}{7}\right) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(3) \frac{7}{24} + \left(-\frac{1}{9}\right) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(4) \left(-\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{4}{7}\right) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

題型 3 含帶分數的加減運算

計算下列各式：

$$(1) \frac{4}{5} - \left(-2\frac{3}{10}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) 3\frac{7}{12} - \left(2\frac{5}{6} + 1\frac{2}{3}\right) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

題型 2 分數的加減法 II

計算下列各式：

$$(1) \frac{4}{5} - \left(-\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) \frac{5}{13} - \left[\left(-\frac{7}{13}\right) - \frac{8}{13}\right] = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(3) \frac{5}{21} + \left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{3}{7} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(4) -\frac{3}{4} + \left(-\frac{5}{6}\right) + \frac{8}{7} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

題型 4 分數加減法的應用

已知某地的氣溫在早上 8 時是 -1.8°C ，

中午 12 時上升 $5\frac{3}{4}^{\circ}\text{C}$ ，下午 5 時又比中午

12 時下降 $7\frac{2}{3}^{\circ}\text{C}$ ，則下午 5 時氣溫是

$\underline{\hspace{2cm}}$ $^{\circ}\text{C}$ 。

強化練習

1. 計算下列各式：

(1) $(-\frac{4}{9}) - (-\frac{3}{9}) =$ _____。

(2) $\frac{2}{5} - \frac{3}{7} =$ _____。

(3) $-\frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$ _____。

(4) $\frac{4}{15} + (-\frac{1}{9}) =$ _____。

2. 計算下列各式：

(1) $\frac{11}{14} - \frac{8}{14} - \frac{5}{14} =$ _____。

(2) $-(-\frac{8}{11}) - (-\frac{5}{11}) + \frac{2}{11} =$ _____。

(3) $\frac{2}{7} - (\frac{5}{9} - \frac{2}{3}) =$ _____。

(4) $[(\frac{19}{30}) + \frac{5}{6}] - (-\frac{7}{5}) =$ _____。

3. 計算下列各式：

(1) $2\frac{5}{9} + 1\frac{7}{12} - 5\frac{3}{4} =$ _____。

(2) $(-1\frac{2}{5}) - (-2\frac{1}{3}) + (-1\frac{2}{9}) =$ _____。

4. 計算 $[(-\frac{1}{3}) - \frac{1}{5}] - [(-2\frac{4}{5}) - (-3\frac{5}{6})] =$ _____。

5. 白作恭在 $\frac{1}{1} + (-\frac{1}{2}) + \frac{1}{3} + (-\frac{1}{6}) + \frac{1}{9} + (-\frac{1}{18})$ 時，誤將某兩個數字間的運算符號 + 看成 -，得到計算結果為 $\frac{1}{2}$ 。若無其他計算上的錯誤，試問白作恭是看錯哪兩個數字間的 + 號？

答：_____。

(A) $-\frac{1}{2}$ 與 $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{3}$ 與 $-\frac{1}{6}$ (C) $-\frac{1}{6}$ 與 $\frac{1}{9}$ (D) $\frac{1}{9}$ 與 $-\frac{1}{18}$

實力養成 重點 3 分數的乘除法

1. 乘積等於 1 的兩個數互為倒數。反之，若兩個互為倒數，其乘積等於 1。
2. 若 b 不為零，則 $\frac{a}{b} = a \times (b \text{ 的倒數})$ 。

題型 1 兩個分數的乘積

計算下列各式：

(1) $2 \times (-\frac{7}{9}) =$ _____。

(2) $(-\frac{5}{36}) \times 3 =$ _____。

(3) $(-\frac{3}{5}) \times (-\frac{5}{6}) =$ _____。

題型 3 分數的除法

計算下列各式：

(1) $(-\frac{6}{7}) \div (-\frac{4}{15}) =$ _____。

(2) $(-\frac{17}{36}) \div \frac{2}{3} =$ _____。

(3) $(-10\frac{1}{6}) \div \frac{1}{3} =$ _____。

(4) $2\frac{3}{5} \div (-5\frac{1}{5}) =$ _____。

題型 5 分數的乘除運算 II

計算 $[2\frac{2}{3} \times (-\frac{3}{5})] \div [1\frac{1}{4} \times (-\frac{3}{10})]$
 $=$ _____。

題型 2 帶分數的乘積

計算下列各式：

(1) $1\frac{7}{8} \times (-4\frac{4}{5}) =$ _____。

(2) $(-3\frac{3}{4}) \times 1\frac{3}{5} =$ _____。

題型 4 分數的乘除運算 I

計算下列各式：

(1) $(-8\frac{1}{2}) \times \frac{24}{17} \div (-5\frac{1}{3}) =$ _____。

(2) $-12\frac{2}{5} \times \frac{25}{31} \div 4\frac{2}{7} \div \frac{7}{6} =$ _____。

題型 6 分數運算的應用

求下列 $\square$ 內的數：

(1) $\frac{21}{5} \div 1\frac{1}{2} \times \square = 1$ ， $\square =$ _____。

(2) $(-\frac{4}{21}) \times \square \times 8\frac{3}{4} = 1$ ， $\square =$ _____。

強化練習

1. 計算下列各式：

(1) $\frac{2}{7} \times (-\frac{7}{10}) =$ _____。

(2) $(-\frac{2}{11}) \times (-\frac{5}{8}) =$ _____。

(3) $5 \times (-\frac{12}{125}) =$ _____。

2. 計算下列各式：

(1) $2\frac{1}{2} \times (-3\frac{1}{5}) =$ _____。

(2) $(-\frac{3}{5}) \times (-2\frac{1}{11}) \times (-\frac{50}{69}) =$ _____。

(3) $(-\frac{2}{7}) \times (-\frac{5}{18}) \times 3\frac{1}{2} =$ _____。

3. 計算下列各式：

(1) $(-\frac{7}{9}) \div (-\frac{5}{6}) =$ _____。

(2) $\frac{15}{28} \div (-\frac{5}{7}) =$ _____。

(3) $(-\frac{8}{45}) \div 1\frac{7}{9} =$ _____。

(4) $1\frac{1}{4} \div (-2\frac{1}{5}) =$ _____。

4. 計算下列各式：

(1) $3 \div (-\frac{1}{4}) \times (-5) =$ _____。

(2) $(-3\frac{2}{3}) \div \frac{5}{6} \div (-\frac{11}{8}) =$ _____。

(3) $(-\frac{1}{7}) \div \frac{1}{42} \times \frac{5}{6} \div (-\frac{5}{8}) =$ _____。

5. 計算 $(-\frac{15}{32}) \div [\frac{9}{14} \div (-5\frac{1}{7})] =$ _____。

6. 求下列□內的數：

(1) $\frac{4}{21} \times 8\frac{1}{2} \times \square = 1$ ， $\square =$ _____。

(2) $2\frac{2}{5} \div \frac{4}{5} \times \square \div (-\frac{6}{7}) = 1$ ， $\square =$ _____。

實力養成 重點 4 數的四則運算

1. 四則混合運算時，先做乘、除，再做加、減。若有括號時應先做括號內的計算。

2. 乘法對加法的分配律：設 a 、 b 、 c 是任意數，則：

$$(1) (a+b) \times c = a \times c + b \times c$$

$$(2) c \times (a+b) = c \times a + c \times b$$

題型 1 分數的四則運算

計算下列各式：

$$(1) \frac{4}{15} - \frac{6}{25} \times (-\frac{5}{12}) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) \frac{2}{3} + |(-\frac{7}{20}) \div \frac{4}{5}| \times \frac{4}{7} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

題型 3 含絕對值的分數四則運算

計算下列各式：

$$(1) |-\frac{1}{8}| \times 16 + |-\frac{5}{14}| \div |-\frac{1}{4}| = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) |-\frac{5}{12}| \times \frac{7}{5} \times (-\frac{3}{7}) + |-\frac{3}{5}| = \underline{\hspace{2cm}}。$$

題型 5 利用分配律做分數四則運算

計算下列各式：

$$(1) 6 \times (-100\frac{1}{3}) - 6 \times (-99\frac{2}{3}) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) \frac{11}{5} \times [-1\frac{3}{22} - (-2\frac{4}{33})] = \underline{\hspace{2cm}}。$$

題型 2 含括號的分數四則運算

計算下列各式：

$$(1) \frac{5}{7} \div [(-\frac{1}{7}) - (2 - \frac{5}{8} \times \frac{2}{5})] = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) \frac{1}{7} \times [(1\frac{2}{5} - 0.3) \div \frac{2}{7}] - 2.5 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

題型 4 多重括號的分數四則運算

計算下列各式：

$$(1) \{2 \times [(-\frac{4}{9}) \div \frac{2}{3}]\} \div \frac{1}{11} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) -\frac{3}{4} - \{[2\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} + (-\frac{5}{6})] \times 3\} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

題型 6 分數的四則運算應用

一條橡膠水管剪去 $\frac{1}{3}$ 後，再剪去剩下部分的 $\frac{1}{4}$ ，此時量得水管長度為 14 公尺，則這條水管原來長 公尺。

強化練習

1. 計算下列各式：

$$(1) -1\frac{2}{3} \div \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \div (-\frac{5}{8}) = \underline{\hspace{2cm}}。 \quad (2) -\frac{5}{16} - \frac{3}{20} \times \frac{5}{24} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

2. 計算下列各式：

$$(1) \frac{1}{12} - |(-\frac{1}{27}) \div \frac{2}{9}| \times \frac{1}{3} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) \frac{7}{4} \div (-1\frac{1}{3}) - (\frac{11}{18} \times \frac{9}{11}) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

3. 計算下列各式：

$$(1) (-\frac{5}{9}) \div \{ \frac{5}{6} - [(-\frac{1}{3}) - \frac{1}{2}] \} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) |(-\frac{1}{3}) \div \frac{2}{9} + \frac{4}{7}| - (-\frac{5}{8}) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

4. 計算下列各式：

$$(1) \frac{1}{4} \times \{ 2\frac{1}{2} + [1 - \frac{2}{5} \div (-\frac{3}{10})] \} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) \frac{1}{2} \div [\frac{7}{10} + 0.5 \times (-1\frac{3}{5})] = \underline{\hspace{2cm}}。$$

5. 計算下列各式：

$$(1) (-12) \times 1\frac{7}{11} + (-12) \times 2\frac{4}{11} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) 3 + 5 \times [-\frac{6}{25} - (-\frac{3}{35})] = \underline{\hspace{2cm}}。$$

6. 小佑有一筆存款，他花了存款的 $\frac{1}{4}$ 買一雙球鞋， $\frac{1}{3}$ 買一部電子辭典，還剩下 3000 元，則小佑原有存款 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元。

7. 若某校的女學生是全校學生的 $\frac{3}{8}$ ，且比男學生少 200 人，則：

(1) 全校學生有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人。

(2) 男學生有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人。

一、選擇題：每題 4 分，共 20 分

() 1. 下列哪一個數介於 $-\frac{1}{5}$ 與 $-\frac{1}{2}$ 之間？

- (A)
- $-\frac{1}{3}$
- (B)
- $-\frac{5}{6}$
- (C)
- $-\frac{2}{15}$
- (D)
- $-\frac{1}{10}$

() 2. 若 $-\frac{48}{36} = -\frac{\text{甲數}}{9} = \frac{144}{\text{乙數}}$ ，則甲數 + 乙數 = ？

- (A) 120 (B) 96 (C) -120 (D) -96

() 3. $\frac{2}{5} \div (-\frac{3}{11})$ 的值和下列哪一個式子的值相等？

- (A)
- $\frac{2}{5} \times (-\frac{11}{3})$
- (B)
- $\frac{2}{5} \times (-\frac{3}{11})$
- (C)
- $(-\frac{3}{11}) \div \frac{2}{5}$
- (D)
- $(-\frac{3}{11}) \times \frac{5}{2}$

() 4. 曾爸爸的體重是 81 公斤，曾媽媽的體重是曾爸爸的 $\frac{2}{3}$ ，曾小妹的體重是曾媽媽的 $\frac{13}{18}$ ，則曾小妹的體重比爸爸輕多少公斤？

- (A) 54 (B) 52 (C) 44 (D) 42

() 5. 設甲數 $= -8\frac{2}{3}$ ，乙數 $= -8 + \frac{2}{3}$ ，丙數 $= -\frac{25}{3}$ ，則甲數、乙數、丙數的大小關係為何？

- (A) 甲 = 乙 > 丙 (B) 丙 > 甲 = 乙 (C) 甲 > 丙 > 乙 (D) 乙 > 丙 > 甲

二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 將下列各數化為最簡分數：

(1) $-\frac{18}{45} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $-1.5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 計算下列各式：

(1) $(-\frac{2}{5}) + \frac{4}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $(-\frac{14}{27}) \div \frac{7}{9} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $3\frac{7}{12} - (2\frac{5}{6} + 1\frac{2}{3}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $\frac{3}{8} \times [(-\frac{5}{9}) \div \frac{5}{18}] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(5) $-\frac{3}{4} - [\frac{1}{28} - (\frac{3}{8} + \frac{2}{7})] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(6) $\frac{3}{7} \div (-\frac{6}{25}) \times (\frac{1}{3} - \frac{5}{6}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(7) $11 \times (-7\frac{3}{8}) + 11 \times (-2\frac{5}{8}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(8) $\frac{3}{5} \div [(-1\frac{2}{3}) - (\frac{5}{6} \times \frac{2}{5})] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 分母為 12，且介於 $-\frac{2}{3}$ 和 $-\frac{5}{4}$ 之間的最簡分數共有_____個，其中最大的分數為_____。

4. 已知數線上一點 $A(-8\frac{3}{4})$ ，若將 A 點向右移動 $5\frac{2}{3}$ 個單位，再向左移動 $7\frac{5}{6}$ 個單位，到達 B 點，則 B 點坐標為_____。

三、計算題：每個答案 5 分，共 15 分

素養題

1. 小雲有 2400 元，買課外讀物花了全部的 $\frac{1}{5}$ ，剩餘的 $\frac{1}{8}$ 買文具，其餘的存入銀行，則小雲存進銀行多少元？

解：

素養題

2. 甲、乙、丙三人合買一個蛋糕，已知甲吃了全部的 $\frac{1}{4}$ ，乙吃了剩下的 $\frac{2}{5}$ ，丙再把剩下的吃完，試回答下列問題：

(1) 丙吃了全部的幾分之幾？

(2) 甲、乙、丙三人中，誰吃最少？請完整說明你的判斷。

解：

2-4 ➡ 指數律

實力養成

重點

1

數的指數運算

1. 指數律：若 a 、 b 是不為 0 的數，且 m 、 n 為整數，則：

$$(1) a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$(2) (a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$(3) (a \times b)^m = a^m \times b^m$$

$$(4) a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (m \geq n)$$

2. 若 a 是不為零的數，則 $a^0 = 1$ 。而 0^0 無意義。

題型 1

比較含有乘方的分數大小 I

請在 $\square$ 內填入 $>$ 、 $<$ 或 $=$ ：

$$(1) \left(\frac{1}{3}\right)^2 \square \left(\frac{1}{3}\right)^3。$$

$$(2) (1.4)^2 \square (1.4)^3。$$

題型 3

$a^m \times a^n = a^{m+n}$

求下列各式中 $\square$ 的值：

$$(1) 12^5 \times 12^4 = 12^\square, \square = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) (-9)^3 \times (-9)^5 \times (-9)^4 = (-9)^\square, \square = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(3) 64 \times 4^4 = 4^\square, \square = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(4) \left(\frac{3}{2}\right)^4 \times \left(\frac{3}{2}\right)^5 = \left(\frac{3}{2}\right)^\square, \square = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(5) (0.5)^3 \times (0.5)^4 = (0.5)^\square, \square = \underline{\hspace{2cm}}。$$

題型 2

比較含有乘方的分數大小 II

$-\frac{6}{5}$ 、 $(-\frac{6}{5})^2$ 、 $(-\frac{6}{5})^3$ 、 $(-\frac{6}{5})^4$ 的大小次序為何？

答：_____。

題型 4

$a^m \div a^n = a^{m-n}$

求下列各式中 $\square$ 的值：

$$(1) 3^6 \div 3^4 = 3^\square, \square = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) 343 \div 7^2 = 7^\square, \square = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(3) (-6)^{10} \div (-6)^7 = (-6)^\square, \square = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(4) \left(-\frac{3}{4}\right)^6 \div \left(-\frac{3}{4}\right)^3 = \left(-\frac{3}{4}\right)^\square, \square = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(5) (0.2)^{12} \div (0.2)^6 = (0.2)^\square, \square = \underline{\hspace{2cm}}。$$

題型 5 $(a^m)^n = a^{m \times n}$

求下列各式中□的值：

(1) $(7^5)^2 = 7^\square$ ， $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $[(-3)^8]^3 = (-3)^\square$ ， $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $[(-\frac{6}{5})^2]^3 = (-\frac{6}{5})^\square$ ， $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $[(-0.7)^2]^5 = (-0.7)^\square$ ， $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 7 含有乘方的分數運算 I

計算 $(-1\frac{1}{2})^3 \times \frac{2}{9} \div (\frac{5}{2} \times \frac{1}{25})^3$
 $= \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 6 $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

求下列各式中□的值：

(1) $(3 \times 6)^5 = 3^\square \times 6^\square$ ， $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $11^6 \times 13^6 = (11 \times 13)^\square$ ， $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $[(-5) \times 2]^7 = (-5)^\square \times 2^\square$ ，
 $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $[(-\frac{1}{2}) \times 0.8]^5 = (-\frac{1}{2})^\square \times (0.8)^\square$ ，
 $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 8 含有乘方的分數運算 II

計算 $[(\frac{3}{4})^2]^3 \times [(\frac{4}{3})^2]^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

強化練習

1. $(-\frac{13}{10})^2$ 、 $(-\frac{13}{10})^3$ 、 $(-\frac{13}{10})^4$ 、 $(-\frac{13}{10})^5$ 的大小次序為何？

答：_____。

2. 求下列□內的數：

(1) $[(-\frac{2}{3})^3]^4 = (-\frac{2}{3})^\square$ ， $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $(-\frac{6}{13})^9 \div (-\frac{6}{13})^5 = (-\frac{6}{13})^\square$ ， $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $5^7 \times 5^6 = 5^\square$ ， $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $(-27) \times (-3)^6 = (-3)^\square$ ， $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(5) $(2 \times 11)^7 = 2^\square \times 11^\square$ ， $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(6) $[5 \times (-8)]^6 = 5^\square \times (-8)^\square$ ， $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(7) $(0.008)^3 \div (0.04) \times (0.2)^5 = (0.2)^\square$ ， $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(8) $(-125) \times (-5)^5 \div (-25) = -5^\square$ ， $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 計算 $(-\frac{2}{3})^3 \div (-\frac{8}{3})^2 \times 1^8 \div \frac{1}{24} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 四則混合運算時，有乘方先做乘方，再做乘、除，最後做加、減。若有括號時應先做括號內的計算。
- 乘法對加法的分配律：設 a 、 b 、 c 是任意數，則：
 - $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$
 - $c \times (a+b) = c \times a + c \times b$

題型 1 整數含乘方的四則運算

計算下列各式：

(1) $(5^2 + 5^0) \times (2^4 - 2^3) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $3^2 \times (2^5 + 7^2) \div 9^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 3 乘方乘除運算的應用 I

因為新冠病毒疫情，所以現在口罩需求量大增，工廠可以生產 20 萬片口罩，如果口罩每 10 個一包，則一天可以生產 包口罩。
(以科學記號表示)

題型 2 分數含乘方的四則運算

計算下列各式：

(1) $3 \div (-\frac{1}{6})^2 - 91^0 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $(-\frac{2}{3})^3 + (-\frac{5}{7}) \times (\frac{2}{3})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 4 乘方乘除運算的應用 II

小昭繼承了爸爸的一片土地，他想要知道實際的大小，此土地的長為 2.5×10^5 公尺、寬為 1.6×10^4 公尺，則這個土地的面積約為 平方公里。(以科學記號表示)

強化練習

1. 計算下列各式：

(1) $(-7^2 + 2^6) \div (-3^3) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $(-\frac{4}{7}) - (\frac{2}{3} \times \frac{9}{7})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 某電影公司拍攝的電影場景中，需要讓超級大怪物在貨輪上打鬥，於是向海運公司租借了一艘貨輪，若一天的租借費用為 30 萬元，共租借 30 天，則電影公司總共需要付 元。
(以科學記號表示)

一、選擇題：每題 5 分，共 25 分

() 1. 下列算式中，何者錯誤？

(A) $(-\frac{11}{3})^2 = (\frac{11}{3})^2$

(B) $(\frac{11}{3})^2 \times (\frac{11}{3})^2 = (\frac{11}{3})^1$

(C) $(-\frac{3}{11})^2 = (\frac{3}{11})^2$

(D) $-(\frac{3}{11})^3 = (-\frac{3}{11})^3$

() 2. 下列關於指數的運算，何者正確？

(A) $3^3 \times 3^3 = 3^6$

(B) $(-5)^6 \div (-5)^2 = (-5)^3$

(C) $6^3 \times 3^2 = 18^6$

(D) $(3^3)^2 = 3^5$

() 3. 若 $(\frac{25}{8})^3 \times (\frac{4}{5})^4 = \frac{a}{b}$ ，則 $a-b = ?$

(A) 13

(B) 17

(C) 21

(D) 23

() 4. 下列敘述何者錯誤？

(A) $(-6)^2 = 6^2$

(B) $(\frac{11}{3})^3 > (\frac{11}{3})^2$

(C) $(-\frac{3}{11})^2 < (\frac{3}{11})^2$

(D) $(\frac{7}{8})^2 > (\frac{7}{8})^3$

() 5. 下列算式中，何者正確？

(A) $5^6 = 25^4$

(B) $7^6 = (-7)^6$

(C) $9^3 \div 3^3 = 3$

(D) $(-\frac{4}{3})^3 \times (-\frac{3}{4})^3 = 1$

二、填充題：每格 5 分，共 65 分

1. 在下列各式中，求出 $\square$ 的值：

(1) $2^3 \times 2^2 = 2^\square$ ， $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $7^5 \div 7^\square = 7^3$ ， $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $(0.7)^2 \times [(0.7)^4]^\square = (0.7)^\square$ ， $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) $(0.4)^3 \times 5^3 = \square^3$ ， $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(5) $(\frac{2}{5})^6 \div (\frac{2}{5})^0 = (\frac{2}{5})^\square$ ， $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(6) $(-\frac{4}{3})^3 \times (\frac{6}{7})^3 = \square^3$ ， $\square = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 計算下列各式：

(1) $\frac{2}{3} + (-\frac{7}{20}) \div \frac{4}{5} \times (\frac{4}{7})^2 =$ _____。

(2) $(-\frac{1}{14})^3 \times 9 \div (-\frac{1}{14})^2 =$ _____。

(3) $(1.75)^2 \times \frac{3}{49} + 12\frac{1}{2} \times (-\frac{1}{2})^4 =$ _____。

(4) $11 \times (\frac{3}{2})^4 \times (-7) \times (-\frac{2}{3})^4 =$ _____。

(5) $(\frac{3}{5})^2 \times [(-1\frac{2}{3})^0 + (\frac{5}{6} \times \frac{2}{5})^2] =$ _____。

(6) $|(-9) \div (-\frac{3}{5})^2| - (-4)^2 \times (\frac{3}{2})^3 =$ _____。

3. 比較 $(-\frac{1}{2})^2$ 、 $(-\frac{1}{2})^3$ 、 $(-\frac{1}{2})^4$ 、 $(-\frac{1}{2})^5$ 的大小。

答： _____。

三、計算題：每題 5 分，共 10 分

素養題

1. 某連鎖超市近期決定推出會員回饋優惠，每個會員均可以獲得 600 元消費儲值金，若該連鎖超市總共有 85 萬人，則該超市總共要發放多少消費儲值金？（以科學記號表示）

解：

素養題

2. 某地有甲、乙兩國，已知兩國的紡織業勞動人口數分別為 8.4×10^4 人、 1.2×10^5 人，若甲國每人平均一天可生產 6 件衣服；乙國每人平均一天可生產 8 件衣服，則甲國一天可生產的衣服數是乙國的幾倍？

解：