

M A T H

UNIT 01

求解方法

(01) 整理式子 $\Rightarrow$ 去括號

變號 $\Rightarrow$ 負負得正，正負得負

概念： $A-(B-C) = A-B+C$

$$A-(B+C) = A-B-C$$

💡 括號內先做 $\Rightarrow$ 由左而右，先乘除後加減

演練1：變號

$$\begin{aligned} & 93-(33-27) \\ &= 93-33+27 \\ &= 60+27 \\ &= 87 \end{aligned}$$

精熟1

$$\begin{aligned} & 53+(27-34) \\ &= \end{aligned}$$

演練2：先乘除後加減

$$\begin{aligned} & 2 \times 585 - (23 + 77) \times 4 \\ &= 1170 - \underline{100 \times 4} \\ &= 1170 - 400 \\ &= 770 \end{aligned}$$

精熟2

$$\begin{aligned} & 153 \div (9 - 6) \times 5 \\ &= \end{aligned}$$

演練3：代入 甲數是乙數的3倍，乙數是29，甲數乘以7加乙數減9是多少？ 甲=乙$\times$3=29$\times$3=(30-1)$\times$3 = 90-3=87 甲$\times$7+(乙-9)=87$\times$7+(29-9) = 609-30=579	精熟3 甲數是乙數的3倍，甲和乙數之和為36，甲數是多少？
進階練習1 哥哥的零用錢是弟弟的5倍少23元，弟弟有72元，求哥哥錢的2倍加上弟弟的錢減25是幾元？	
進階練習2 有一個花圃種了玫瑰和向日葵，玫瑰面積的兩倍是向日葵面積的6倍，花圃的面積是84平方公尺，請問種向日葵的面積是多少？	

求解方法

(02) 整理式子 $\Rightarrow$ 降低計算錯誤交換律 / 結合律 $\Rightarrow$ 觀察數字，找出好算的數概念： $A+B+C = B+A+C = C+A+B$ $A \times B \times C = A \times C \times B = B \times C \times A$ 💡 何謂好算的數 $\Rightarrow$ 整理成結尾為0的數 (0越多越好算)

演練1 41<u>6</u>+392+28<u>4</u> = (416+284)+392 = 700+392 = 1092	精熟1 22$\times$7$\times$5 =
演練2 (226+1<u>56</u>)+<u>44</u> = (156+44)+226 = 200+226 = 426	精熟2 9$\times$5$\times$6 =

演練3 $125 \times 37 \times 2 \times 4$ $= 125 \times 2 \times 37 \times 4$ $= 250 \times 4 \times 37$ $= 1000 \times 37$ $= 37000$	精熟3 $(14+16) \times 12 \div 5$ $=$
進階練習1 蔥抓餅一份 35 元，豬肉餡餅一份 25 元，大偉各買了各 9 份要請同事吃，用 600 元付款，可以找回多少元？	
進階練習2 冰箱有 3 瓶可樂，其中 1 瓶 2000 毫升，另外 2 瓶 1350 毫升。 凌雲將全部的可樂平均分給 20 個人，每人分到多少毫升的可樂？	

求解方法

(03) 整理式子 $\Rightarrow$ 增加數字敏感度分配律 $\Rightarrow$ 觀察數字，找出相同的部分概念： $A \times B + A \times C = A \times (B + C)$ $A \times B - A \times C = A \times (B - C)$ 💡 遇到很醜的數字 $\Rightarrow$ 絕對不可能要你直接算

演練1：同乘的數要提出來 $47 \times \underline{5} - 7 \times \underline{5}$ $= 5 \times (47 - 7)$ $= 5 \times 40$ $= 200$	精熟1：去括號，括號內的都要乘 $10 \times (27 - 13)$ $=$
演練2：找最近的整數去拼湊 $\underline{98} \times 1235$ $= (\underline{100 - 2}) \times 1235$ $= 123500 - 2470$ $= 121030$	精熟2 $9 + 99 + 999 + 9999 + 99999$ $=$

MATH

UNIT 02

代數

(01) 等量公理 $\Rightarrow$ 等號兩邊做一樣的事

概念：同加 / 同減 / 同乘 / 同除

💡 整理式子 $\Rightarrow$ 一邊只剩未知數，一邊只剩數字

演練1：同加 $X-33=88$ $\Rightarrow X-33+\underline{33}=88+\underline{33}$ $\Rightarrow X=121$	精熟1：同減 $X+18=88$ $\Rightarrow$
演練2：同除 $3X=9$ $\Rightarrow 3X\div\underline{3}=9\div\underline{3}$ $\Rightarrow X=3$	精熟2：同除 $X\div6=108$ $\Rightarrow$

代數

(02) 移項法則 $\Rightarrow$ 移到等號另一邊要做相反變化

概念：加變減、減變加

乘變除、除變乘

💡 單位換算 $\Rightarrow$ 確認是「大換小」還是「小換大」

演練1

$$9 \times (X-5) + 2 = 74$$

$$\Rightarrow 9 \times (X-5) = 74 - 2$$

$$\Rightarrow X-5 = 72 \div 9$$

$$\Rightarrow X-5 = 8$$

$$\Rightarrow X = 8 + 5 = 13$$

精熟1

$$11(X-6) \div (8-2) = 726$$

$\Rightarrow$

演練2

$$\text{若 } -Y + 20 = -45 \text{ 則 } Y = 20 + \underline{\hspace{1cm}}$$

$$20 = -45 + Y$$

$$\Rightarrow 20 + 45 = Y$$

$$\Rightarrow Y = 20 + 45$$

精熟2

$$\text{若 } X + Y = Z,$$

$$\text{則 } X = Z - \underline{\hspace{1cm}}; Y = X - \underline{\hspace{1cm}}$$

$\Rightarrow$

演練3

一公斤為1.67台斤，一台斤的豬肉是70元，媽媽花了1169元買豬肉，是買了多少公斤？

$$X \times 1.67 \times 70 = 1169$$

$$\Rightarrow 1.67X = 16.7$$

$$\Rightarrow X = 10$$

精熟3

已知一坪是3.3平方公尺，一坪的售價是23萬，阿榮花了276萬買了一間套房，此套房為多少平方公尺？

進階練習1

已知乙數減16等於乙數的4倍少1，求乙數是多少？

$\Rightarrow$

進階練習2

某地區山泉水的售價，每逢假日以特價出售，如右圖。若阿惠假日到此地區遊玩，用販賣的水桶裝6公升的山泉水回家飲用，共花了330元，則山泉水的特價每公升為多少元？

$\Rightarrow$

(03) 設未知數 ➡ 題目問什麼就設什麼

概念：從題目中找出可列出「等號」的算式

💡 兩個以上未知數 ➡ 把最小(少)或關係較多的當作未知數

演練1 嘉恩原有若干元，買太陽眼鏡花掉 1500 元後，嘉恩還剩下 385 元，請問她原本有幾元？ ➡ 問原本有幾元設原本有 X 元 ➡ $X - 1500 = 385$ ➡ $X = 385 + 1500 = 1885$	精熟1 有一三角形窗戶面積為42平方公分，已知其底框的長度為6公分，這窗戶的高度應該是多少？ ➡
[衍伸補充] 某商店將巧克力包裝成方形、圓形禮盒出售，且每盒方形禮盒的錢相同，每盒圓形禮盒的價錢相同。阿郁原先想購買 3 盒方形盒和 7 盒圓形禮盒，但他身上的錢會不足 240 元，如果改成購買 7 盒方形禮盒和 3 盒圓形禮盒，他身上的錢會剩下 240 元。若阿郁最後購買 10 盒方形禮盒，則他身上的錢會剩下多少元？ ➡	

演練2：設小的為未知數

小瑞和姊姊的年齡總和為26歲，姊姊的年齡是小瑞的2倍多6歲，請問小瑞的年齡是多少？

➡ 設小瑞年齡為 X 歲，則姊姊的年齡為 $(2X+6)$ 歲

➡ $X + (2X+5) = 26$

➡ $3X + 5 = 26$

➡ $3X = 21$

➡ $X = 7$

精熟2

小河和爸爸、媽媽三個人的年齡總和為104歲。爸爸的年齡是小河的2倍多13歲；媽媽比爸爸小2歲。媽媽是幾歲？

➡

進階練習

有黑白兩堆棋子，如果白棋拿走18顆，則白棋是黑棋的2倍。如果黑棋拿走12顆，則白棋是黑棋的3倍。白棋與黑棋相差幾顆？

➡

MATH

UNIT 03

因數與倍數

(01) 整除 ⇨ 兩個整數相除，必能得到商及餘數，當餘數為0時，稱為整除

概念：若兩個整數能整除，被除數為除數的倍數

💡 4的倍數：末兩位數字是4的倍數

8的倍數：末三位數字是8的倍數

9的倍數：所有數字的和能被9除

11的倍數：積數位減偶數位為0或11的倍數

演練1

53867是11的倍數嗎？

⇨ 奇位數之和： $5+8+7=20$

⇨ 偶位數之和： $3+6=9$

⇨ $20-9=11$

⇨ 是11的倍數

精熟1

31528是4的倍數嗎？

⇨

演練2

若要使8482成為9的倍數，至少要再加多少數？

⇨ $8+4+8+2=22$

⇨ 9的三倍最近

⇨ $22+5=27$

精熟2

下列哪些是8的倍數？

17008 5182 984 1870

⇨

(02) 因數 $\Rightarrow$ 若兩個整數能整除，則稱除數為被除數的因數

概念：若一個大於1的整數，只有1和本身的兩個因數，稱為質數

💡 質因數分解 $\Rightarrow$ 將一個大的數分解成其質因數的連乘積

演練1 16的因數 $\Rightarrow 16=1 \times 16$ $\Rightarrow 16=2 \times 8$ $\Rightarrow 16=4 \times 4$ $\Rightarrow 16$ 的因數： 1、2、4、8、16	精熟1 72的因數 $\Rightarrow$
演練2 從0、1、3、5、7、9六張卡牌中，任取出三張組成三位數，則3的倍數中，最大和最小的數總和是多少？ $\Rightarrow$ 最大：975 最小：105 $\Rightarrow 975+105=1080$	精熟2 三個質數的乘積1221，問此三個質數的和是多少？ $\Rightarrow$

(03) 公因數 $\Rightarrow$ 某幾個整數共同的因數

概念：最大公因數為共同因數中最大的那個

💡 約分 $\Rightarrow$ 可以用兩數相減後的數去找公因數

演練1 求0和18的最大公因數 $\Rightarrow 30$ (1、2、3、5、<u>6</u>、10、15、30) $\Rightarrow 18$ (1、2、3、<u>6</u>、9、18) $\Rightarrow$ 最大公因數：6	精熟1：短除法 求1848和1386的最大公因數 $\Rightarrow$
演練2 男生36人，女生27人，進行分組，可以混著組，但人數要相同，請問一組最多幾人？ $\Rightarrow$ 全部平分求大公因數 $\Rightarrow (36, 27) = 9$	精熟2 把 $\frac{321}{749}$ 化成最簡分數 $\Rightarrow$

(03) 公倍數 $\Rightarrow$ 某幾個整數共同的倍數

概念：最小公倍數為共同倍數中最小的那個

💡 加減需通分 $\Rightarrow$ 分母一樣

演練1 求35和49的最小公倍數 $\Rightarrow 7 \overline{) \begin{array}{cc} 35 & 49 \end{array}}$ $\quad \quad \underline{5 \quad 7}$ $\Rightarrow$ 最小公倍數：$7 \times 5 \times 7$ $\Rightarrow [35, 49] = 245$	精熟：三個數的短除邏輯 求12、21和18的最小公倍數 $\Rightarrow$
演練2 裝潢師傅有長21公分、寬18公分的磁磚若干塊，欲使其拼成正方形，則正方形邊長最小為多少公分？會用到多少磁磚？ $\Rightarrow$ 拼湊求最小公倍數 $\Rightarrow [21, 18] = 126$ $\Rightarrow \frac{126}{21} \times \frac{126}{18} = 42$	精熟2 $\frac{17}{91} + \frac{19}{169} =$ $\Rightarrow$

(04) 公因數、公倍數 $\Rightarrow$ 有剩下或是不夠多時

概念：餘數確認

💡 判斷 $\Rightarrow$ 答案的合理性 (例：人不可能有半個、鈔票不能對切)

演練1 人越多分得越少 把36張100元和54個50元平均分給一些人，若每人鈔票及硬幣數量相同，每人最少可分多少？ $\Rightarrow 2 \overline{) \begin{array}{cc} 36 & 54 \end{array}}$ $\quad \quad \underline{3 \overline{) \begin{array}{cc} 18 & 27 \end{array}}}$ $\quad \quad \quad \underline{3 \overline{) \begin{array}{cc} 6 & 9 \end{array}}}$ $\quad \quad \quad \quad \underline{2 \quad 3}$ $\Rightarrow (36, 54) = 2 \times 3 \times 3 = 18$ $\Rightarrow 36 \div 18 \times 100 + 54 \div 18 \times 50$ $\Rightarrow$ 一人分得350元	精熟1 長48公尺、寬84公尺的長方形場地，希望使用最大的正方形地磚，將地板剛好鋪滿。則此種地磚每邊是多少公分？共需要多少塊？ $\Rightarrow$
演練2 一群學生參加趣味競賽，每7、9或12人一組都剛好分完，參加趣味競賽的學生最少有幾人？ $\Rightarrow$ 最少就是求最小公倍數 $\Rightarrow [7, 9, 12] = 252$	精熟2 A班每4天開班會一次，B班每6天開班會一次，C班每10天開班會一次，3/10三個班同一天一起開班會，下一次三班同時一起開班會是幾月幾日？ $\Rightarrow$

演練3：剩下多少，反推不足多少

有一個二位數除以4餘3，除以5餘4，除以6餘5，這個二位數是多少？

▮▮▮▮ 除以4餘3，就是除以4不足1

▮▮▮▮ 同理，除以5不足1

除以6不足1

▮▮▮▮ $[4, 5, 6] = 60$

▮▮▮▮ $60-1=59$

精熟3

寫生比賽有100多人參加，每5人一組會不足3人，每6人一組會不足4人，每8人一組會多出2人，有幾人參加寫生比賽？

▮▮▮▮

進階練習1：不足先補上

102、66、48除以某數都不足6，某數最大是多少？

▮▮▮▮

進階練習2：有剩先扣掉

現有梨子95顆、桃子55顆，平均分給一些人，結果梨子剩4顆而桃子剩3顆，問最多能分給幾人？

▮▮▮▮

進階練習3：有餘數，先扣掉

將157、115、166分別除以某數，得到的餘數分別為13、7和4，求某數為多少？

▮▮▮▮

進階練習4

在1到100的正整數中，不論乘以 $\frac{3}{2}$ 、 $\frac{4}{3}$ 、 $\frac{6}{5}$ 都還是整數，這樣的數共有幾個？

▮▮▮▮

進階練習5

長方形池塘長95公尺、寬85公尺，甲、乙、丙三人同時同地同方向沿池塘競走，每分鐘甲走45公尺、乙走60公尺、丙走40公尺，經過幾分鐘後三人會在起點相遇？

▮▮▮▮